**Adatbank önellenőrzéshez Markov-láncból**

**Egyszeres választás**

**Címe:** 1

S

**Kérdés:** Válassza ki a helyes választ!

Melyik mátrix lehet egy Markov-lánc átmenetvalószínűségmátrixa?

**Korrekciós utasítás:** Egy Markov-lánc átmenetvalószínűségmátrixában minden sorban az elemek összege 1, így csak lehet egy Markov-lánc átmenetvalószínűségmátrixa.

**Címkék:** Markov-lánc, átmenetvalószínűségmátrix

**Válaszok:**

csak a helyes

csak a

mindkettő

egyik sem

**Számjegyes**

**Címe:** 2

M

**Kérdés:** Adott egy Markov-lánc átmenetvalószínűségmátrixa: . Mennyi a valószínűsége, hogy az egyes állapotból két átmenet után a kettes állapotba kerül az adott Markov-lánc?

**Korrekciós utasítás:** Annak a val.-e, hogy a rendszer n lépés után az i állapotból a j állapotba kerül, a  mátrix i-edik sorának j-edik eleme. Tehát most  első sorának második eleme kell. , a megoldás:0,77

**Címkék:** Markov-lánc, átmenetvalószínűségmátrix

**Megoldás**:

**Pontos érték hibahatárral**: 0,77 ±0%

**Számjegyes**

**Címe:** 3

S

**Kérdés:**

Adott egy Markov-lánc kezdeti valószínűségeloszlása, és átmenetvalószínűség-mátrixa: . Számítsa ki a valószínűségeloszlást egy átmenet után.

**Korrekciós utasítás:** a valószínűségeloszlás egy átmenet után:

**Címkék:** Markov-lánc, átmenetvalószínűségmátrix

**Megoldás**:

**Címke:** 1. állapot valószínűsége

**Pontos érték hibahatárral**: 0,24 ±0%

**Címke:** 2. állapot valószínűsége

**Pontos érték hibahatárral**: 0,76 ±0%

**Számjegyes**

**Címe:** 4

M

**Kérdés:**

Adott egy Markov-lánc kezdeti valószínűségeloszlása, és átmenetvalószínűség-mátrixa: . Számítsa ki a valószínűségeloszlást két átmenet után.

**Korrekciós utasítás:** a valószínűségeloszlás két átmenet után:

**Címkék:** Markov-lánc, átmenetvalószínűségmátrix

**Megoldás**:

**Címke:** 1. állapot valószínűsége (három tizedes pontossággal adja meg.)

**Pontos érték hibahatárral**: 0,348 ±0%

**Címke:** 2. állapot valószínűsége(három tizedes pontossággal adja meg.)

**Pontos érték hibahatárral**: 0,652 ±0%

**Egyszeres választás**

**Címe**: 5

M

**Kérdés**: Tekintsük a következő átmenetvalószínűség mátrixot!

Mely állapot(ok) tranziens(ek?

**Korrekciós utasítás**: Egy állapot akkor tranziens, ha van egy másik állapot, ahová vezet út, de vissza út nincs. A 3. állapot tranziens, mert eljuthatunk onnan a 2. állapotba, de onnan az {1, 2, 4, 6} zárt halmazból nem tudunk kilépni, tehát nem tudunk visszatérni a 3. állapotba. Az {1, 2, 4, 6} állapotok elérhetőek egymásból, de más állapot nem érhető el onnan, így nem tranziens állapotok. Az 5. állapotból elérhető a 3. állapot, de onnan nem érhető el az 5.állapot, mert az csak önmagából érhető el.

**Címkék**: Markov-lánc, állapotok osztályozása

**Megoldás**:

**Címke**: tranziens állapotok:

Válaszok:

1, 5

2, 4, 6

csak a 3, 5 helyes

nincs tranziens állapot

**Egyszeres választás**

**Címe**: 6

M

**Kérdés**: Tekintsük a következő átmenetvalószínűség mátrixot!

Mely állapot(ok) visszatérő(ek)?

**Korrekciós utasítás**: Egy állapot akkor visszatérő, ha bármely olyan állapotból, amibe vezet út, van visszaút is. Tehát, ami nem tranziens. Előző feladatból tudjuk, hogy csak 3, 5 állapot tranziens, így a visszatérő állapotok: 1, 2, 4, 6

**Címkék**: Markov-lánc, állapotok osztályozása

**Megoldás**:

**Címke**: visszatérő állapotok:

Válaszok:

1, 2

1, 2, 4, 6 helyes

csak a 2

csak a 4

**Egyszeres választás**

**Címe**: 7

S

**Kérdés**: Tekintsük a következő átmenetvalószínűség mátrixot!

Mely állapot(ok) elnyelő(ek)?

**Korrekciós utasítás**: Egy állapot akkor elnyelő, ha , ez csak a 4. állapotra teljesül.

**Címkék**: Markov-lánc, állapotok osztályozása

**Megoldás**:

**Címke**: elnyelő állapotok:

Válaszok:

3, 4

1, 2, 5, 6

csak a 3

csak a 4 helyes

**Számjegyes**

**Címe:** 8

M

**Kérdés:**

Adott egy Markov-lánc átmenetvalószínűség-mátrixa:  . Határozza meg az egyensúlyi eloszlást!

**Korrekciós utasítás:** A és összefüggésekből álló egyenletrendszert kell megoldanunk.

Az egyenletrendszer első két egyenlete ugyanarra vezet: . Ez általában is igaz lesz, a összefüggésből kapott egyenletek közül az egyiket elhagyhatjuk, mert következik a többiből.

ezt behelyettesítve az utolsó egyenletbe:

Tehát

**Címkék:** Markov-lánc, egyensúlyi eloszlás

**Megoldás**:

**Címke:** 1. állapot valószínűsége (Válaszát 3 tizedes jegyre kerekítve adja meg!)

**Pontos érték hibahatárral**: 0,182 ±0%

**Címke:** 2. állapot valószínűsége

**Pontos érték hibahatárral**: 0,818 ±0%

**Számjegyes**

**Címe:** 9

L

**Kérdés:**

Adott egy Markov-lánc átmenetvalószínűség-mátrixa: . Határozza meg, hogy hosszútávon az idő hány százalékát fogja a rendszer az egyes állapotokban eltölteni!

**Korrekciós utasítás:** A és összefüggésekből álló egyenletrendszert kell megoldanunk.

Ha a második egyenletet szorozzuk 5-tel, akkor a jobb oldalon az utolsó egyenlet alapján 1 fog állni azaz , ezt a 3. egyenletbe helyettesítve: , és végül az utolsó egyenletből:

**Címkék:** Markov-lánc, egyensúlyi eloszlás

**Megoldás**:

**Címke:** 1. állapotban az idő ennyi százalékát tölti :

**Pontos érték hibahatárral**: 64 ±0%

**Címke:** 2. állapotban az idő ennyi százalékát tölti :

**Pontos érték hibahatárral**: 20 ±0%

**Címke:** 3. állapotban az idő ennyi százalékát tölti :

**Pontos érték hibahatárral**: 16 ±0%

**Számjegyes**

**Címe:** 10

S

**Kérdés:**

Adott egy Markov-lánc átmenetvalószínűség-mátrixa: . Számoljuk ki az átlagos első elérési időt a második állapotból a második állapotba, ha tudjuk, hogy az egyensúlyi eloszlás:

**Korrekciós utasítás:** Tudjuk, hogy , ebből kapjuk, hogy

**Címkék:** Markov-lánc, átlagos első elérési idő

**Megoldás**:

**Címke:** az átlagos első elérési idő a második állapotból a második állapotba

**Pontos érték hibahatárral**: 5 ±0%

**Számjegyes**

**Címe:** 11

L

**Kérdés:** Egy részvény ára mindig 1000 vagy 2000 forint. Ha a mai napon a részvény ára 1000 forint, akkor 70% az esélye, hogy holnap is 1000 forint lesz. Ha 2000 forint, akkor 80% az esélye, hogy holnap is 2000 forint lesz. Átlagosan mennyibe kerül a részvény?

**Korrekciós utasítás:**  Először azt kell tudnunk, hogy hosszútávon az idő hány százalékában lesz 1000, illetve 2000 forint a részvény ára. Erre az egyensúlyi eloszlás ad választ. Ehhez az átmenetvalószínűségmátrixot írjuk fel:

A és összefüggésekből álló egyenletrendszert kell megoldanunk.

Az egyenletrendszer első két egyenlete ugyanarra vezet: . Ez általában is igaz lesz, a összefüggésből kapott egyenletek közül egy tetszőlegeset elhagyhatunk, mert következik a többiből.

ezt behelyettesítve az utolsó egyenletbe:

Innen a részvény átlagos értéke: forint

**Címkék:** Markov-lánc, egyensúlyi eloszlás

**Megoldás**:

**Címke:** a részvény átlagos ára forintban

**Pontos érték hibahatárral**: 1600 ±0%

**Számjegyes**

**Címe:** 12

L

**Kérdés:** Egy részvény ára mindig 1000 vagy 2000 forint. Ha a mai napon a részvény ára 1000 forint, akkor 70% az esélye, hogy holnap is 1000 forint lesz. Ha 2000 forint, akkor 80% az esélye, hogy holnap is 2000 forint lesz. Tudjuk, hogy az egyensúlyi eloszlás: . Ha ma a részvény ára 1000 forint, akkor várhatóan hány napot kell várnunk, hogy a részvény ára 2000 forint legyen.

**Korrekciós utasítás:** értékét kell meghatároznunk. Tudjuk, hogy , ebből kapjuk, hogy . Ismert, hogy , ebből kapjuk, hogy

**Címkék:** Markov-lánc, átlagos első elérési idő

**Megoldás**

**Címke:** Átlagosan ennyi napot kell várnunk, 1000 forintról 2000 forintra növekedjen az ár (Válaszát két tizedesjegyre kerekítse: )

**Pontos érték hibahatárral**: 3,33 ±0%